DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

www.cea.fr

OUTILS NUMÉRIQUES DÉTERMINISTES ET STOCHASTIQUES RÉSOLVANT LES ÉQUATIONS DU BRUIT NEUTRONIQUE

Amélie Rouchon, Richard Sanchez, Igor Zmijarevic, Andrea Zoia

DEN/DANS/DM2S/SERMA/LPEC

Mathématiques pour la neutronique (Jussieu), 30 novembre 2017

INTRODUCTION

Qu’est-ce que le bruit neutronique ?

- **Définition :** petites fluctuations de la population neutronique dans un cœur de réacteur nucléaire (à haut flux uniquement).

- **Causes :** vibrations des structures internes du cœur (assemblages, crayons, cuve…), fluctuation de la température…

- **Utilités :** surveillance non invasive, contrôle et détection d’anomalies en temps réel :
  - détection de vibrations anormales,
  - mesure des propriétés du caloporteur...

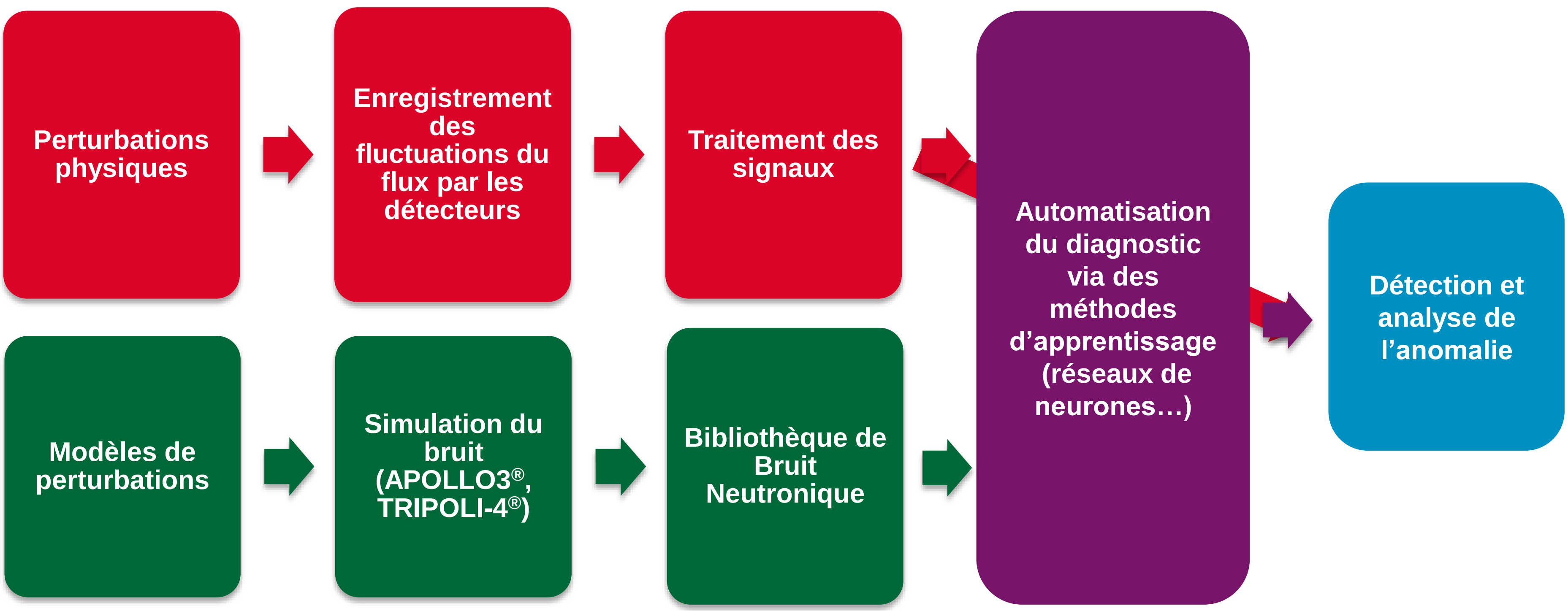
→ atout majeur pour la sûreté des réacteurs nucléaires toutes technologies et toutes filières confondues.

Assemblage combustible d’un réacteur à eau pressurisée

INTRODUCTION

Un problème inverse

- Modélisation des sources de bruit (vibration, perturbation de la température…).
- Simulation les fluctuations de la population neutronique à l'aide des codes neutroniques industriels existants (déterministes et stochastiques).



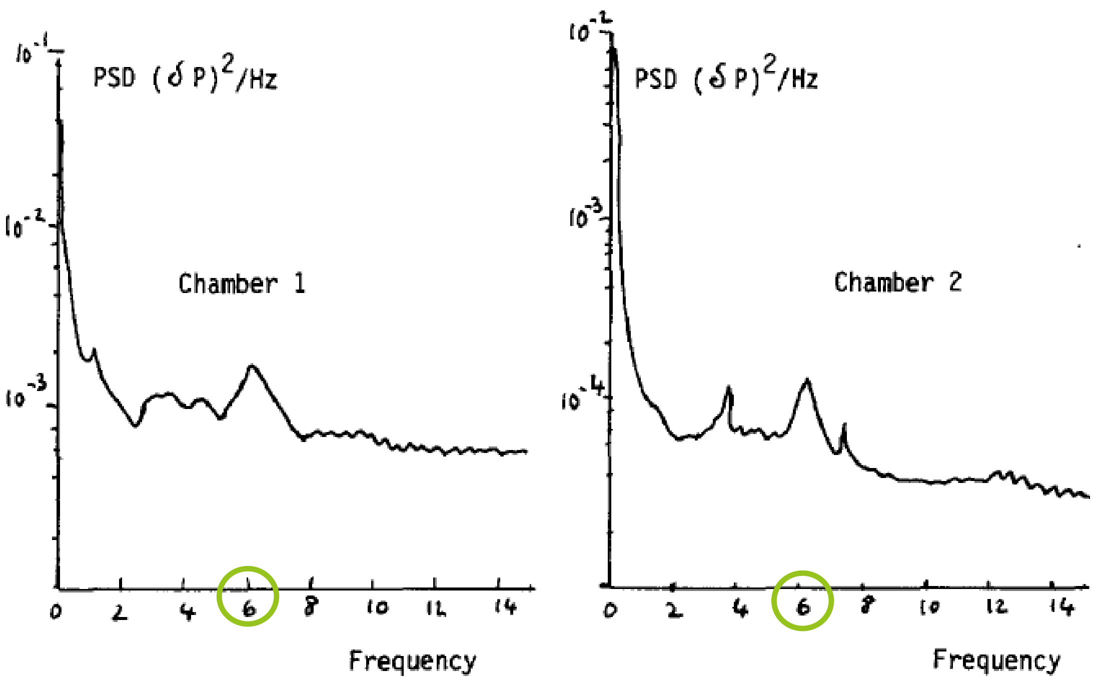
PLAN

PLAN

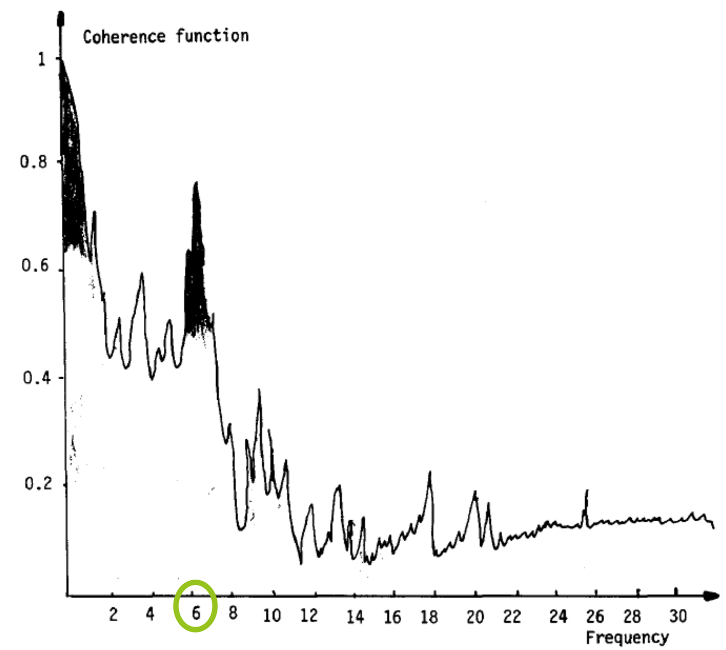
1. EXEMPLES DE DÉTECTION

Vibrations d'internes de Phénix

- Détection du 1er mode vibratoire des aiguilles de Phénix autour de 6 Hz.
  → vibration normale (pas d'anomalie).



Densités spectrales de 2 chambres à fission.

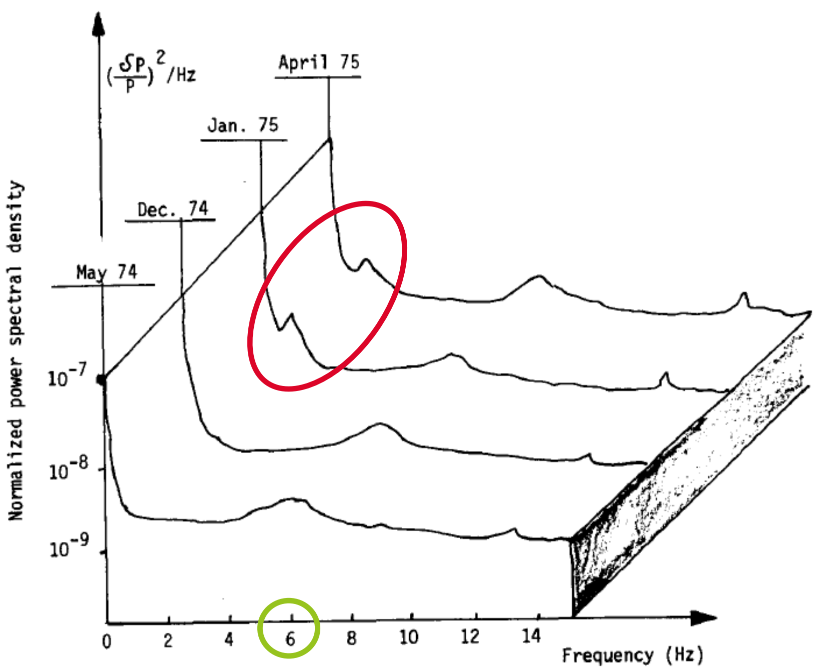


Fonction de cohérence entre les 2 chambres à fission.

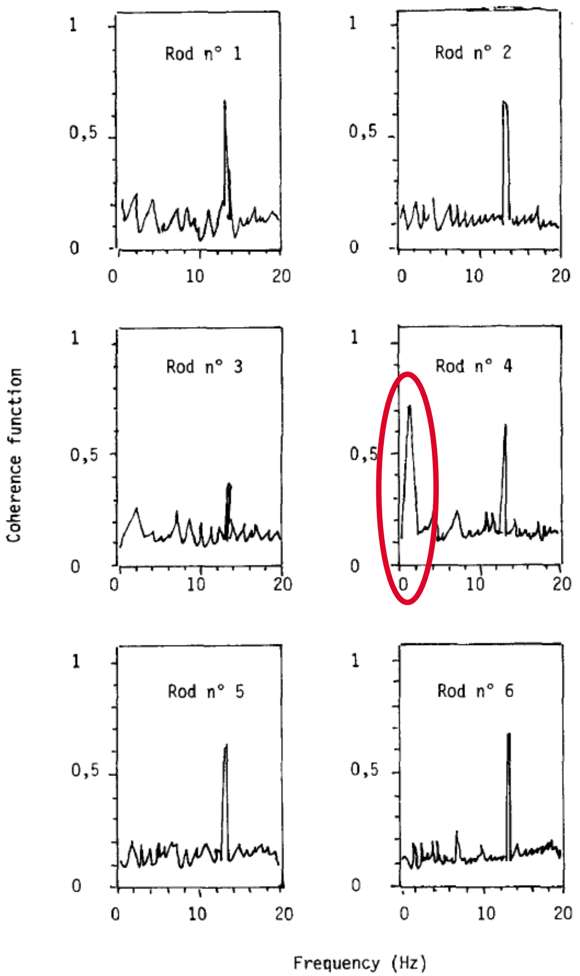
1. EXEMPLES DE DÉTECTION

- Détection d'une vibration anormale d'une barre de commande autour de 1 Hz.
  → la barre n°4 a dû être remplacée.

- Important de bien connaître le spectre de bruit du fonctionnement normal d'un réacteur.



Évolution dans le temps de la densité spectrale d'une des 2 chambres à fission.



Fonctions de cohérence entre une chambre à fission et des accéléromètres.

PLAN

2. THÉORIE ET ÉQUATIONS

La théorie générale

- Petites perturbations temporelles des sections efficaces macroscopiques autour de l'état d'équilibre critique suivant ($k = 1$) :

$$\overbrace{\left[\vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \underbrace{\Sigma_0(r)}_{\text{section efficace totale}} - \underbrace{H_0(r)}_{\text{opérateur de transfert}} - \underbrace{P_0(r)}_{\text{opérateur de production}}\right]}^{L_0(r)} \underbrace{\psi_0(r)}_{\text{flux angulaire}} = 0 \qquad (1)$$

- Perturbation temporelle → équation cinétique de rigueur :

$$\left[\underbrace{\frac{1}{v}}_{\text{vitesse}}\partial_t + \overbrace{\vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma(r,t) - H(r,t) - \underbrace{P(r,t)}_{\substack{\text{opérateur de production avec les}\\ \text{neutrons prompts et retardés}}}}^{L(r,t)}\right] \psi(r,t) = 0 \qquad (2)$$

- Petite perturbation temporelle périodique de $L(r,t)$ (période T_0):

$$L(r,t) = L_0(r) + \delta L(r,t) \qquad (3)$$

$$\psi(r,t) = \psi_0(r) + \delta\psi(r,t) \qquad (4)$$

2. THÉORIE ET ÉQUATIONS

- Recherche de la solution périodique $\delta\psi$ (régime asymptotique supposé atteint).

- Linéarisation ($\delta L \delta\psi$ négligé) + transformée de Fourier :

$$\underbrace{\left[\frac{i\omega}{v}\right.}_{\text{1er terme de couplage}} + \vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma_0(r) - H_0(r) - \underbrace{P_{0,\omega}(r)}_{\text{2ème terme de couplage}}\left.\right] \underbrace{\delta\psi(r,\omega)}_{\text{Bruit}} = \underbrace{-\delta L(r,\omega)\psi_0(r)}_{\text{Source de bruit}}, \quad \forall\omega \in \mathbb{R} \qquad (5)$$

1er terme de couplage
(imaginaire pur)

2ème terme de couplage :
dépend de la fréquence à cause des équations cinétiques des précurseurs (fonction complexe)

Bruit
(fonction complexe)

Source de bruit
(fonction complexe)

- Équation complexe d'un problème à source fixe (≠problème critique).

- Approximation de la diffusion :
  1. loi de Fick : $\vec{J} = -D\vec{\nabla}\Phi$,
  2. $\partial_t \vec{J}$ négligé,
  3. coefficient de diffusion D considéré comme constant.

PLAN

3. MÉTHODES DE RESOLUTION NUMÉRIQUE

Une méthode déterministe « classique »

- Objectif → utiliser les solveurs à l'échelle du groupe d'énergie d'APOLLO3® (solveur réseau IDT transport 2D et diffusion nodale 2D/3D).

équation critique : $\left[\vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma_0(r) - H_0(r) - P_0(r)\right]\psi_0(r) = 0$

équation du bruit : $\left[\frac{i\omega}{v} + \vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma_0(r) - H_0(r) - P_{0,\omega}(r)\right]\delta\psi(r,\omega) = S(r,\omega)$

Itération sur la source de fission

màj de la source de fission : $P_{0,\omega}(r)\delta\psi(r,\omega)$

Itération sur les groupes d'énergie ($g \in [\![1, G]\!]$)

màj de la source de transfert : $H_0(r)\delta\psi(r,\omega)$

Itération de couplage pour le groupe d'énergie g

màj de la source de couplage du groupe g : $\frac{i\omega}{v}\delta\psi_g(r,\omega)$

résolution de la partie réelle et imaginaire des équations du groupe g :

$$\left[\vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma_0^g(r)\right]\Re(\delta\psi_g(r,\omega)) = \Re\left(Source_g\right)$$

$$\left[\vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma_0^g(r)\right]\Im(\delta\psi_g(r,\omega)) = \Im\left(Source_g\right)$$

Une nouvelle méthode stochastique

- Équation du bruit (théorie linéaire) :

$H_0(r)\delta\psi(r)$: opérateur de transfert

$$\left[\vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma_0(r,E) + \frac{i\omega}{v}\right]\delta\psi(r,\vec{\Omega},E,\omega) = \iint \Sigma_{0,s}\left(r,\overrightarrow{\Omega'}.\vec{\Omega},E' \to E\right)\delta\psi\left(r,\overrightarrow{\Omega'},E',\omega\right)dE'd\overrightarrow{\Omega'}$$

$P_{0,\omega}(r)\delta\psi(r)$

$P_0^{prompt}(r)\delta\psi(r)$: production des neutrons prompts

$$+\frac{1}{k}\frac{\chi_p(E)}{4\pi}\iint \nu_p(E')\Sigma_{0,f}(r,E')\delta\psi\left(r,\overrightarrow{\Omega'},E',\omega\right)dE'd\overrightarrow{\Omega'}$$

$P_{0,\omega}^{delayed}(r)\delta\psi(r)$: production des neutrons retardés

$$+\frac{1}{k}\frac{\chi_d(E)}{4\pi}\iint \nu_{d,\omega}(E')\Sigma_{0,f}(r,E')\delta\psi\left(r,\overrightarrow{\Omega'},E',\omega\right)dE'd\overrightarrow{\Omega'}$$

$$+S(r,\vec{\Omega},E,\omega)$$

$$\left(\frac{\lambda^2}{\lambda^2+\omega^2} - i\frac{\lambda\omega}{\lambda^2+\omega^2}\right)\nu_d(E')$$

- Ajout de $\frac{\eta - i}{\eta}\eta\frac{\omega}{v}$ (sign(η) = sign(ω)) : $\equiv$ multiplicité

$$\left[\vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma_0(r,E) + \eta\frac{\omega}{v}\right]\delta\psi(r,\vec{\Omega},E,\omega) = \frac{\eta - i}{\eta}\eta\frac{\omega}{v}\delta\psi(r,\vec{\Omega},E,\omega) + (\ldots)$$

$\equiv$ section-efficace

→ nouvelle « pseudo-fission » de section efficace $\eta\frac{\omega}{v}$ et de multiplicité $\frac{\eta-i}{\eta}$.

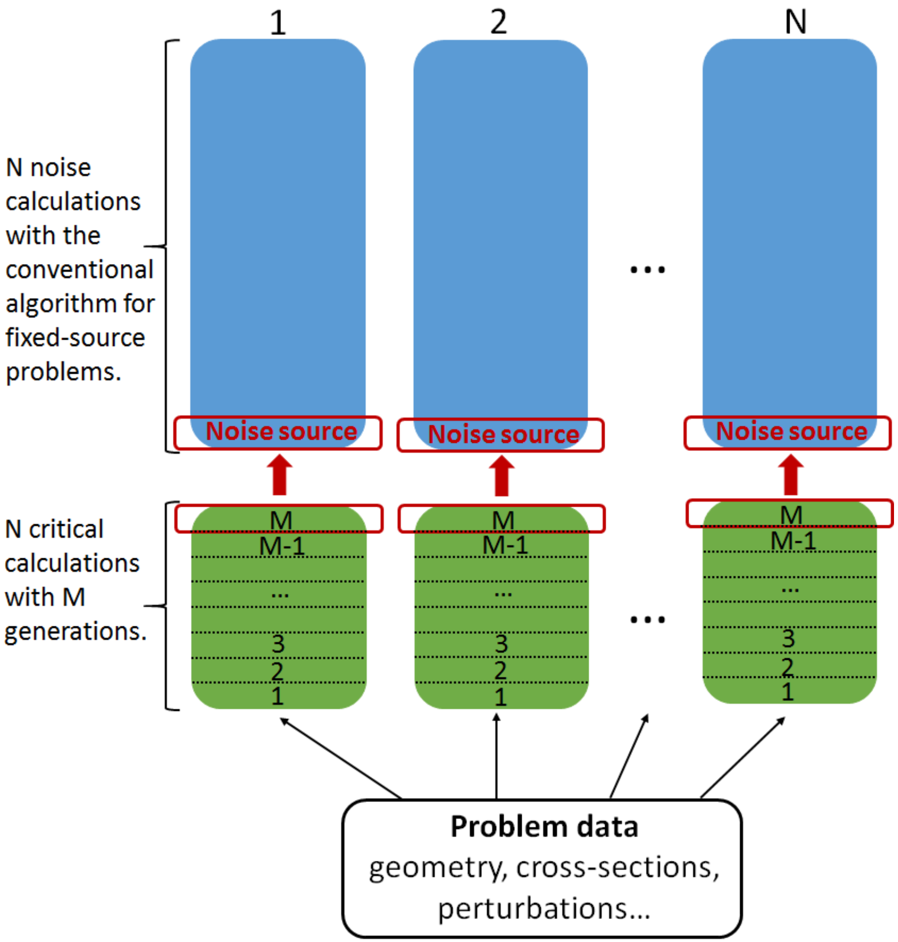
3. MÉTHODES DE RESOLUTION NUMÉRIQUE

	Nouvelle méthode	Méthode de Yamamoto (2013)
Poids des particules	poids complexe	
Section-efficace totale	$\Sigma_0(r) + \eta\omega/v$ (réel) → pas de biaisage	$\Sigma_0(r) + i\omega/v$ (complexe) → biaisage à chaque déplacement : $pw = \tilde{p}\tilde{w}$ donc $\tilde{w} = w\dfrac{e^{-\int_0^s\left(\Sigma_0+\frac{i\omega}{v}\right)dr}}{e^{-\int_0^s \Sigma_0\,dr}} = we^{-\frac{i\omega}{v}s}$
Production prompte	comme d'habitude	
Production retardée	$\nu_{d,\omega}(E)$ complexe → biaisage des poids des particules produites par fission retardée	
« Pseudo - production »	copie du neutron incident avec un poids biaisé par $\frac{\eta-i}{\eta}$	∅
Roulette russe	deux roulettes russes indépendantes sur $\lvert\Re(w)\rvert$ et $\lvert\Im(w)\rvert$ si la capture implicite est activée	
≈ [0,01 Hz, 1 000 Hz]	algorithme conventionnel d'un problème à source fixe	
< 0,01 Hz ou > 1 000 Hz	désactivation de la capture implicite et adaptation de la valeur de η ($\eta \approx 100$)	technique d'annihilation des poids → « binning prodecure »

Échantillonnage de la source de bruit en Monte Carlo

- **Difficulté :** le signe de la source peut dépendre de l'espace, de l'énergie et de l'angle.

- **Solution proposée :** estimateur de la source de bruit à chaque collision du dernier batch d'un calcul critique.



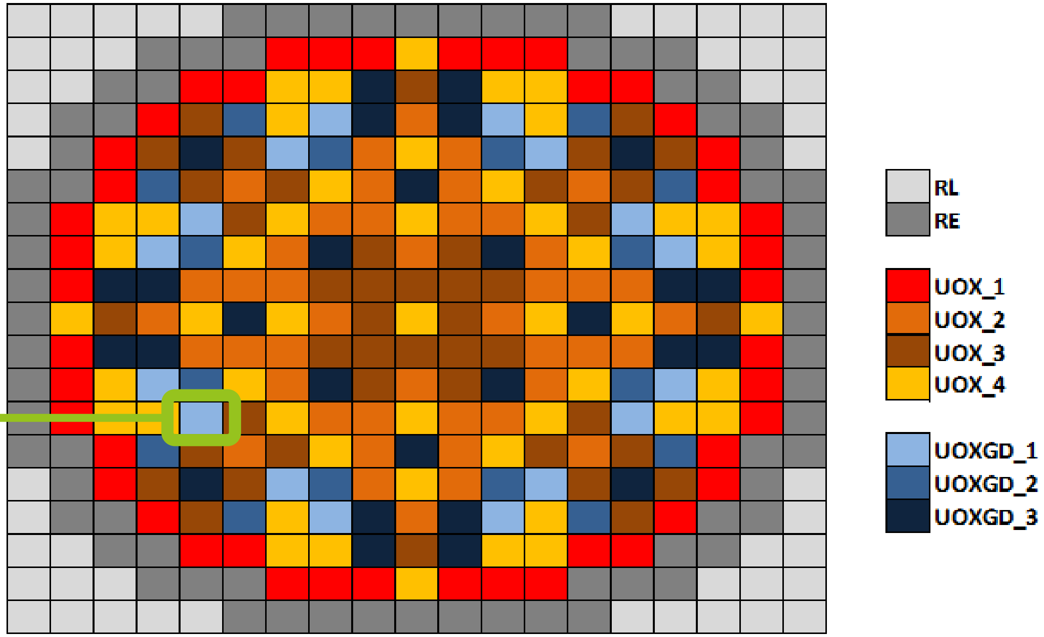
PLAN

4. EXEMPLES DE SIMULATION

- Grand cœur 2D/3D de réacteur à eau légère et à baffle lourd :
  - hauteur : 420 cm, composé de 21 plans axiaux (cas 3D),
  - homogénéisation assemblage par assemblage,
  - 2 groupes d'énergie,
  - 8 groupes de précurseurs,
  - anisotropie P_0^*.

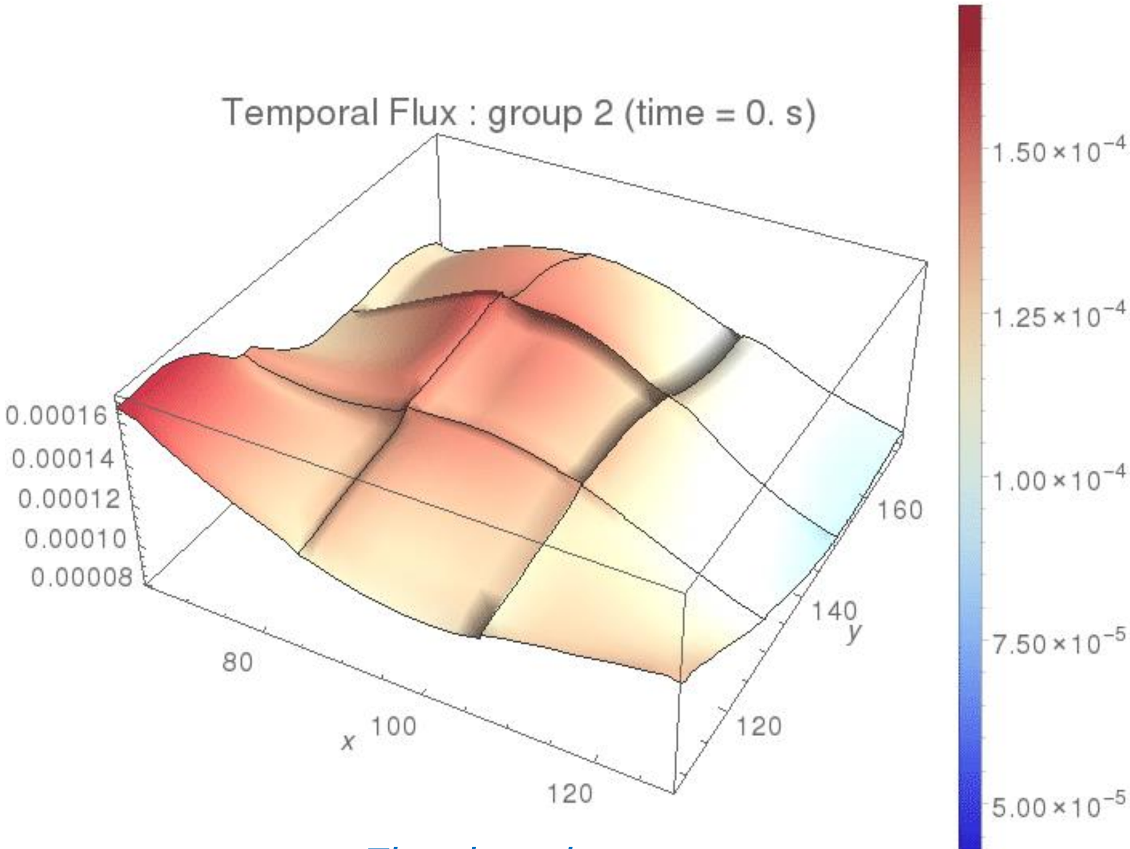
- Simulation avec APOLLO3®.

assemblage perturbé



Vibration d'un assemblage à 5Hz en transport (coeur 2D)

- Source de bruit polychromatique où seules les deux premières harmoniques sont importantes.
- Reconstruction temporelle du flux (APOLLO3®, sur 1 période, temps ralenti) :



Flux thermique

Propagation d'une perturbation (cœur 3D)

- Propagation axiale de bas en haut d'une oscillation de toutes les sections efficaces de l'assemblage (5,7) (amplitude 1%) :

$$\delta\Sigma_x(z, E, t) = 1\%\Sigma_{0,x}(z = z_i, E)\cos\left(\omega_0\left(t - \frac{z}{v_e}\right)\right)$$

position axiale

position axiale de départ de la perturbation

vitesse de propagation de la perturbation = 190 cm/s

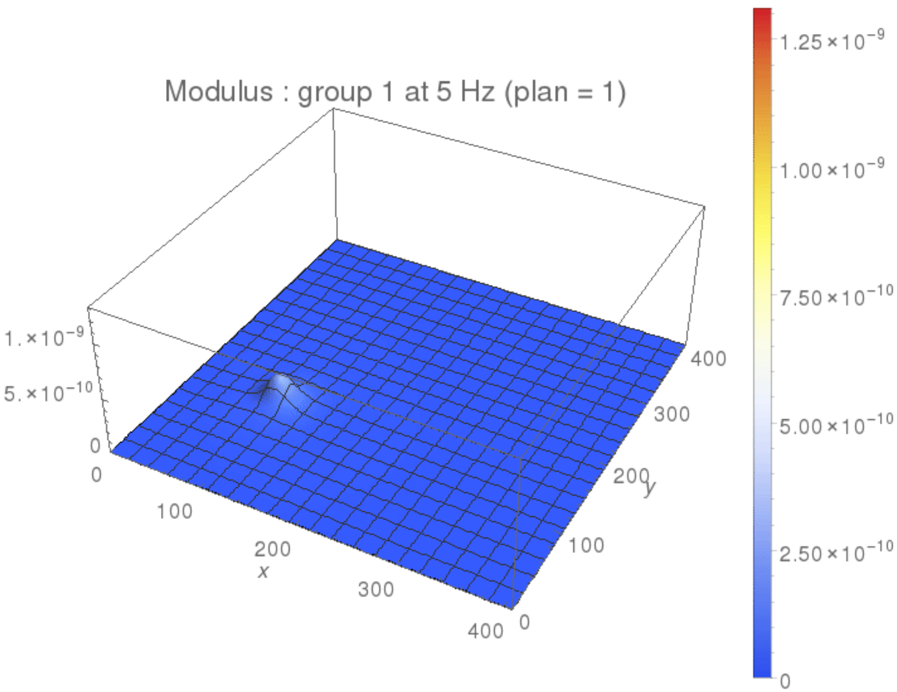
- Source de bruit monochromatique de moyenne temporelle nulle.

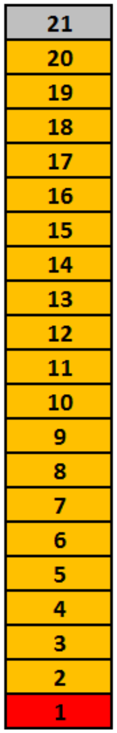
- Diffusion avec APOLLO3® (nodale, approx. quartique).

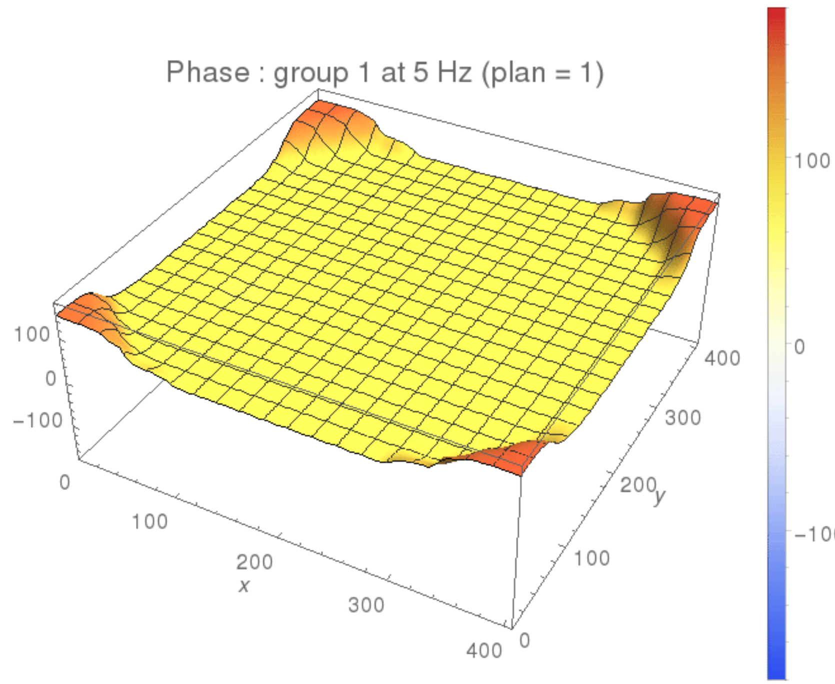
4. EXEMPLES DE SIMULATION

Module et phase du bruit rapide à 5 Hz (**diffusion**) :

Module → évolution en sinus en fonction de la hauteur.
Loin de la perturbation → opposition de phase haut/bas.
Au niveau de la perturbation → même période que la perturbation : $\frac{v_e}{5} = 38$ cm.





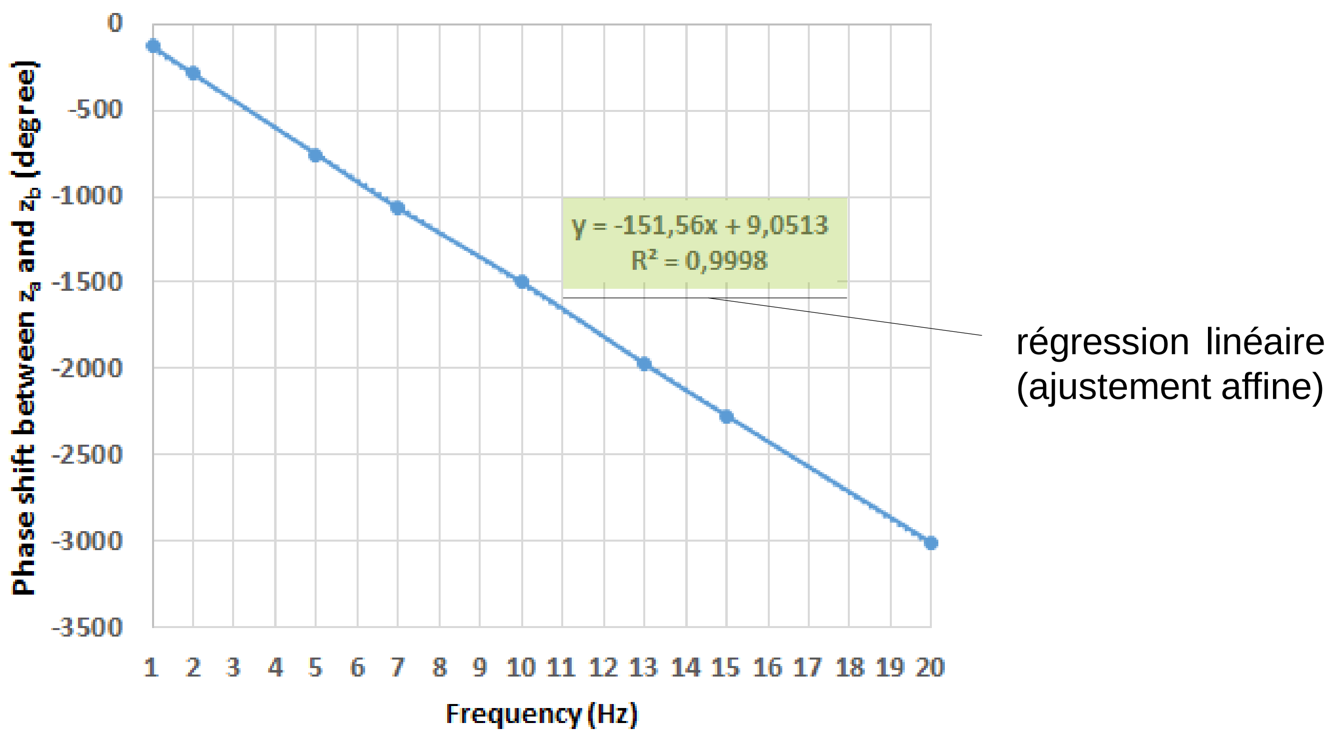


Module du bruit rapide

Phase du bruit rapide

4. EXEMPLES DE SIMULATION

- $\delta\Sigma_{\mathrm{x}}(z_b, E, \omega) = \delta\Sigma_{\mathrm{x}}(z_a, E, \omega)e^{-i\omega\tau}$ avec $\tau = \frac{z_b - z_a}{v_e}$ le temps de propagation.
- Pente -151,56 °/Hz → $\tau = 0{,}421$ s → $v_e = \frac{140-60}{0{,}421} = 190{,}024$ cm/s.



Déphasage entre $z_a = 60$ cm et $z_b = 140$ cm au niveau de l'assemblage perturbé.

PLAN

Introduction

1. Exemples de détection
2. Théorie et équations
3. Méthodes de résolution numérique
4. Exemples de simulation

Conclusions et perspectives

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Travail réalisé :

- Implémentation d'un solveur de bruit neutronique dans le nouveau code déterministe multi-filière APOLLO3® du CEA
  → transport 2D (MOC court), diffusion 2D/3D (nodale).

- Développement d'une nouvelle méthode de résolution stochastique
  → en cours d'implémentation dans le code Monte-Carlo TRIPOLI-4® du CEA (projet européen CORTEX).

Travail à court/moyen terme :

- Faire marcher le bruit dans TRIPOLI-4 ®.
- Solveur de bruit dans le solveur réseau TDT (MOC) d'APOLLO3® → en cours d'implémentation par Simone Santandrea.
- Études de V&V par comparaison :
  - APOLLO3®/TRIPOLI-4®,
  - APOLLO3®/CORESIM,
  - simulation/expérience (CROCUS).

LE PROJET EUROPÉEN CORTEX (2017-2021)

- 19 partenaires (11 pays) dont l'université de Chalmers (coordinateur), le CEA, EPFL, PSI, PreussenElektra (ancien E.ON), les universités de Kyoto, Madrid, Valence, Dresde, Munich, Lincoln…

- Et 7 membres du Advisory End-User Group dont l'IRSN, AREVA NP, Tractebel Engie…

- Principaux objectifs :
  1. Développement d'outils de simulation du bruit neutronique,
  2. Validation de ces outils par comparaison avec l'expérience (CROCUS, AKR-2),
  3. Développement de techniques avancées du traitement du signal et de méthodes d'apprentissage,
  4. Application à un réacteur industriel (Gösgen NPP),
  5. Diffusion les connaissances.

CORTEX
Core monitoring techniques and experimental validation and demonstration

This project has received funding from the Euratom research and training programme 2014-2018 under grant agreement No 754316.

MERCI DE VOTRE ATTENTION

Commissariat à l’énergie atomique et aux énergies alternatives
Centre de Saclay | 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
T. +33 (0)1 69 08 31 86
Établissement public à caractère industriel et commercial | RCS Paris B 775 685 019

DEN/DANS
DM2S
SERMA/LTSD

- Fonction de corrélation :

$$C_{xy}(\tau) = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t)y(t-\tau)dt$$

- Densité spectrale de puissance :

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{xy}(t)e^{-i\omega t}dt$$

Module : pic si corrélations entre x et y,
Phase : déphasage entre x et y.

- Fonction de cohérence :

$$Coh_{xy}(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{\sqrt{S_{xx}(\omega)S_{yy}(\omega)}}$$

Module : quantifie le degré de cohérence entre x et y, compris entre 0 et 1,
Phase : déphasage entre x et y.

ANNEXES

- Équation détaillée (transport, un groupe de précurseurs, un isotope fissile) :

$$\left[\vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma_0(r,E) + \frac{i\omega}{v}\right]\delta\psi(r,\vec{\Omega},E,\omega) = \iint \Sigma_{0,s}(r,\overrightarrow{\Omega'}.\vec{\Omega},E' \to E)\delta\psi\left(r,\overrightarrow{\Omega'},E',\omega\right)dE'd\overrightarrow{\Omega'}$$

$$+\frac{1}{k}\frac{\chi_p(E)}{4\pi}\iint \nu_p(E')\Sigma_{0,f}(r,E')\delta\psi\left(r,\overrightarrow{\Omega'},E',\omega\right)dE'd\overrightarrow{\Omega'}$$

$$+\frac{1}{k}\frac{\chi_d(E)}{4\pi}\iint \nu_{d,\omega}(E')\Sigma_{0,f}(r,E')\delta\psi\left(r,\overrightarrow{\Omega'},E',\omega\right)dE'd\overrightarrow{\Omega'}$$

$$+S\left(r,\vec{\Omega},E,\omega\right)$$

valeur propre critique fixe

$$\left(\frac{\lambda^2}{\lambda^2+\omega^2} - i\frac{\lambda\omega}{\lambda^2+\omega^2}\right)\nu_d(E')$$

avec la source de bruit :

$$S\left(r,\vec{\Omega},E,\omega\right) = -\delta\Sigma(r,E,\omega)\psi_0\left(r,\vec{\Omega},E\right)$$

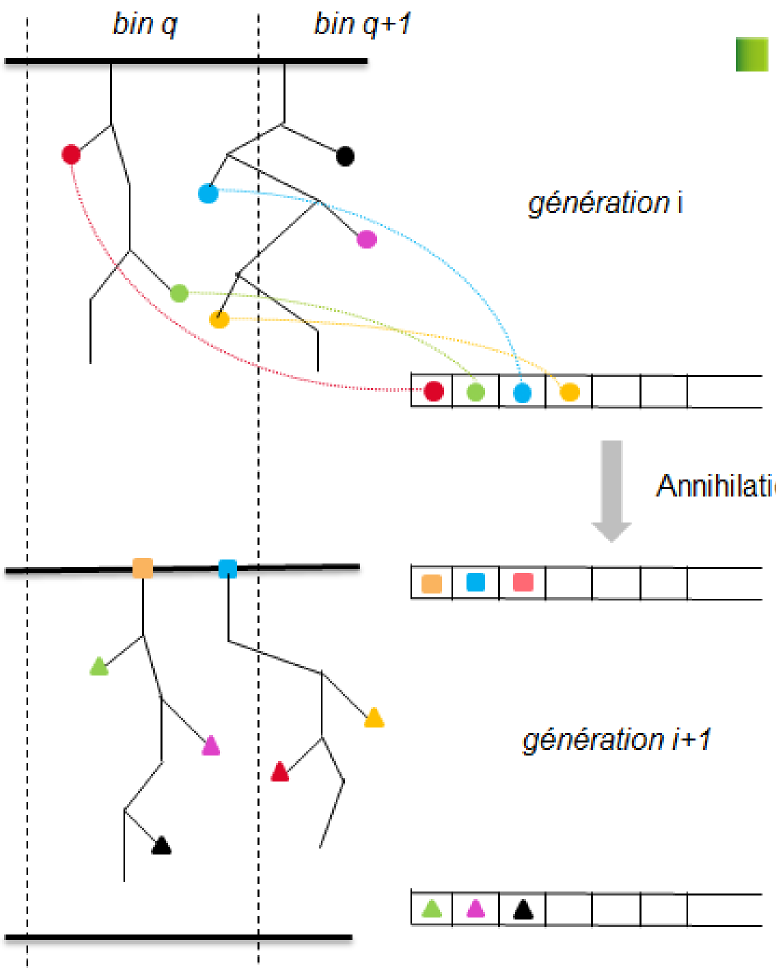
$$+\iint \delta\Sigma_s(r,\overrightarrow{\Omega'}.\vec{\Omega},E' \to E,\omega)\psi_0\left(r,\overrightarrow{\Omega'},E'\right)dE'd\overrightarrow{\Omega'}$$

$$+\frac{1}{k}\frac{\chi_p(E)}{4\pi}\iint \nu_p(E')\delta\Sigma_f(r,E',\omega)\psi_0\left(r,\overrightarrow{\Omega'},E'\right)dE'd\overrightarrow{\Omega'}$$

$$+\frac{1}{k}\frac{\chi_d(E)}{4\pi}\iint \nu_{d,\omega}(E')\delta\Sigma_f(r,E',\omega)\psi_0\left(r,\overrightarrow{\Omega'},E'\right)dE'd\overrightarrow{\Omega'}$$

ANNEXES

- $< 0{,}01$ Hz ou $> 1\,000$ Hz : explosion du nombre de particules → solution proposée : « binning procedure » (appliquée à chaque batch indépendant du calcul à source, régions fissiles maillées par Q bins) :



- Annihilation des poids :
  → poids total du bin q : $w_q = \sum_{j=1}^{N} w_{part\ j}$
  → $\mathrm{M} = \mathrm{Int}\left(\max\left(\left|\Re\left(w_q\right)\right|, \left|\Im\left(w_q\right)\right|, 1\right)\right)$
  → ces M particules ont toutes un poids de $\frac{w_q}{M}$

buffer de fission du bin q contenant N particules à la fin de la génération i.

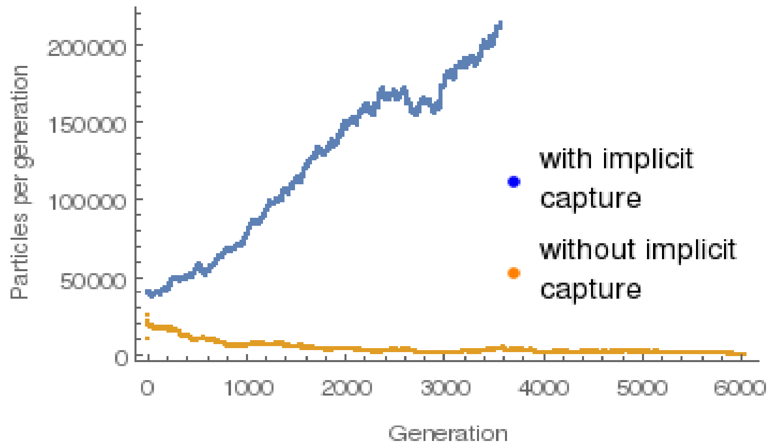
Annihilation des poids

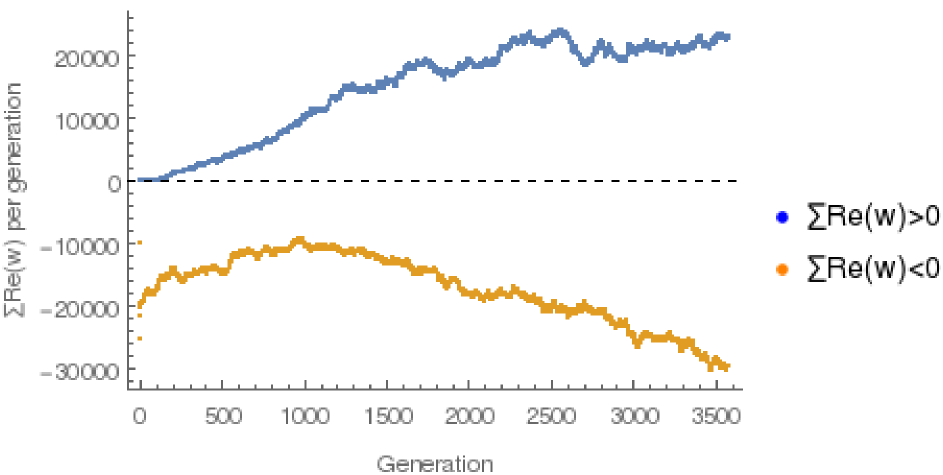
buffer de fission du bin q contenant M particules après annihilation des poids → ces M particules initialisent les sources de fission de la génération i+1 et sont échantillonnées de manière isotrope sur le bin q.

le batch s'arrête lorsqu'après annihilation des poids, les buffers de fission de tous les bins sont vides.

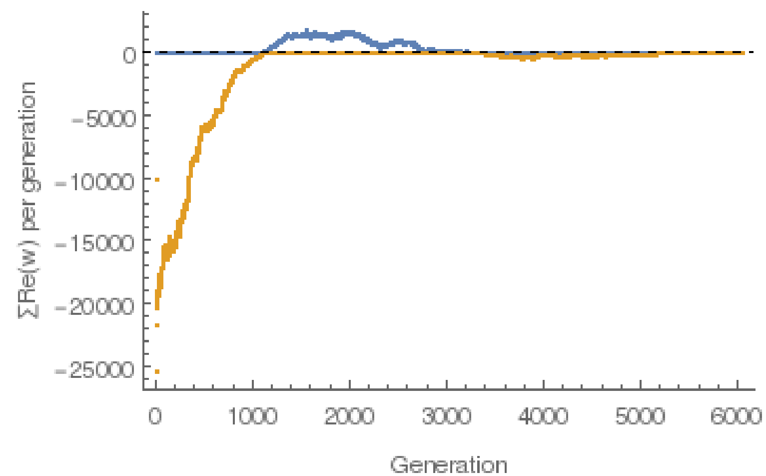
Monte Carlo : analyse à hautes et basses fréquences

- Influence de la capture implicite (exemple à 0,01 Hz avec la nouvelle méthode) :





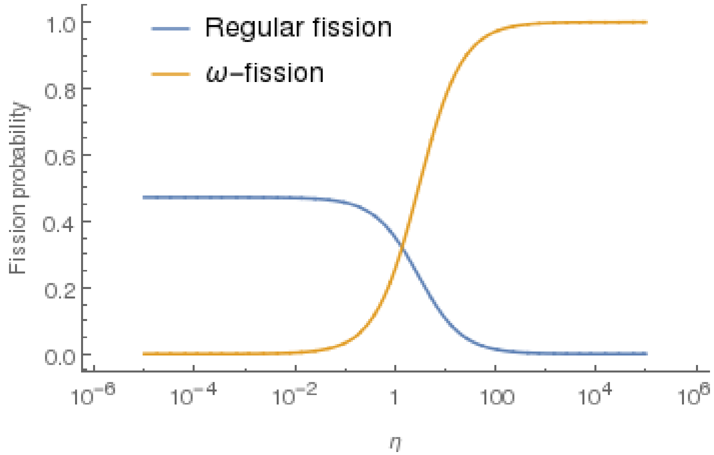
avec capture implicite



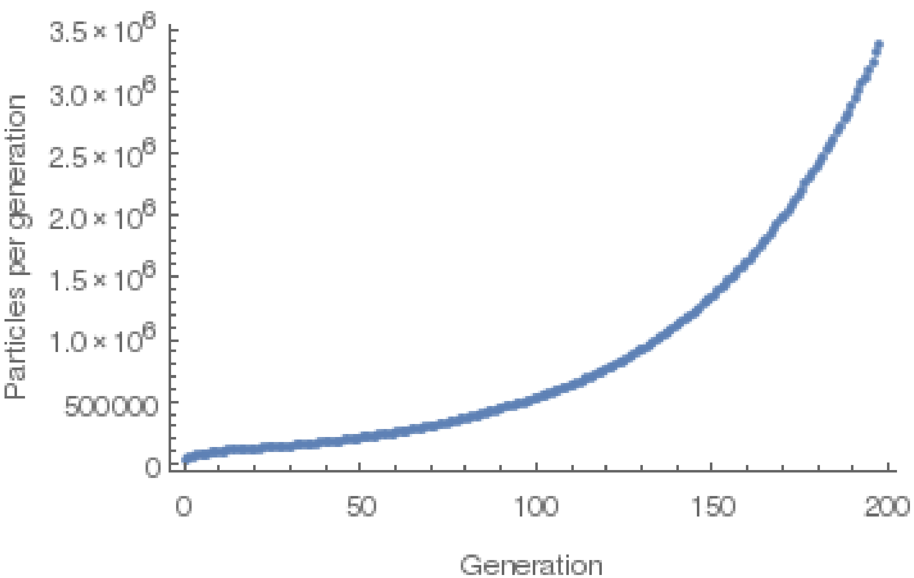
sans capture implicite

ANNEXES

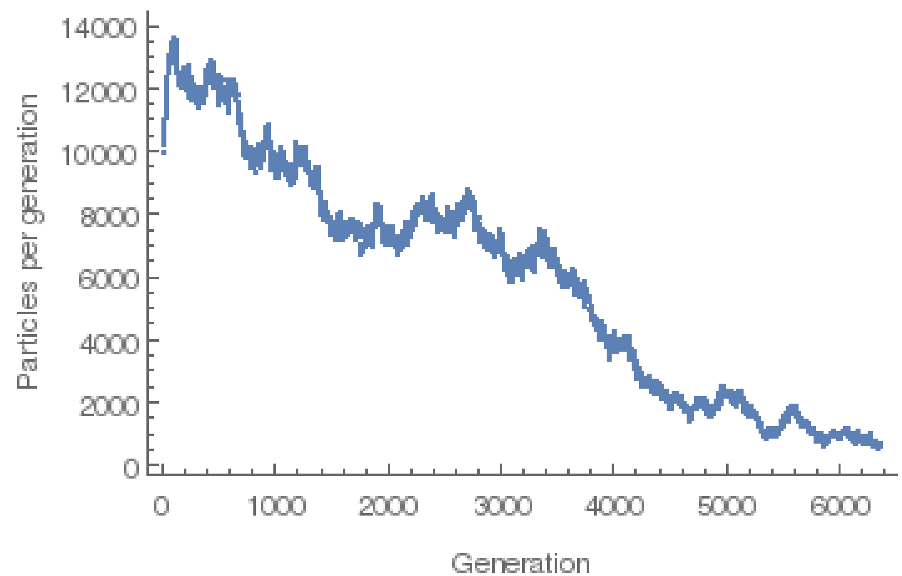
- Influence du facteur η (exemple à 10 000 Hz avec la nouvelle méthode) :



- Fission « normale » : $\nu \approx 3$,
- Fission-ω: $\nu = 1$.



avec capture implicite



sans capture implicite et η= 100

ANNEXES

- « Facteur de multiplication » $\tilde{k}(\omega)$ de l'équation du bruit :

$$\left[\frac{i\omega}{v} + \vec{\Omega}.\vec{\nabla} + \Sigma_0(r) - H_0(r)\right] f_{\tilde{k}}(r,\omega) = \frac{1}{\tilde{k}} P_{0,\omega}(r) f_{\tilde{k}}(r,\omega)$$